

# Compito di Elettrotecnica

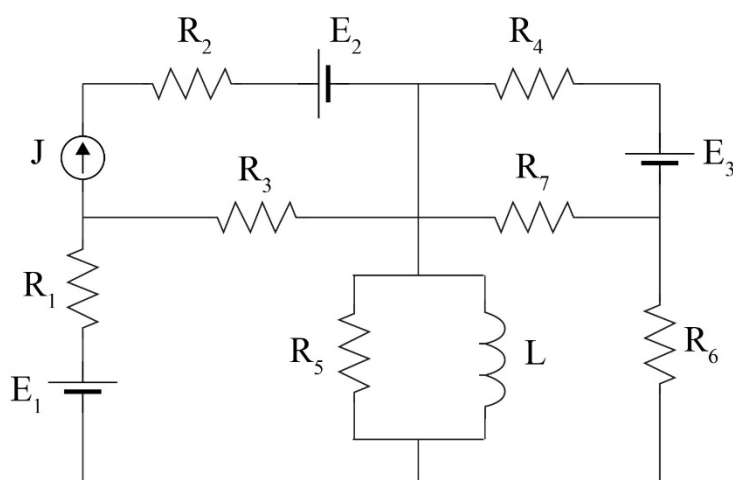
**02 luglio 2025**

Nome e Cognome ..... Matricola.....

Corso di Laurea.....

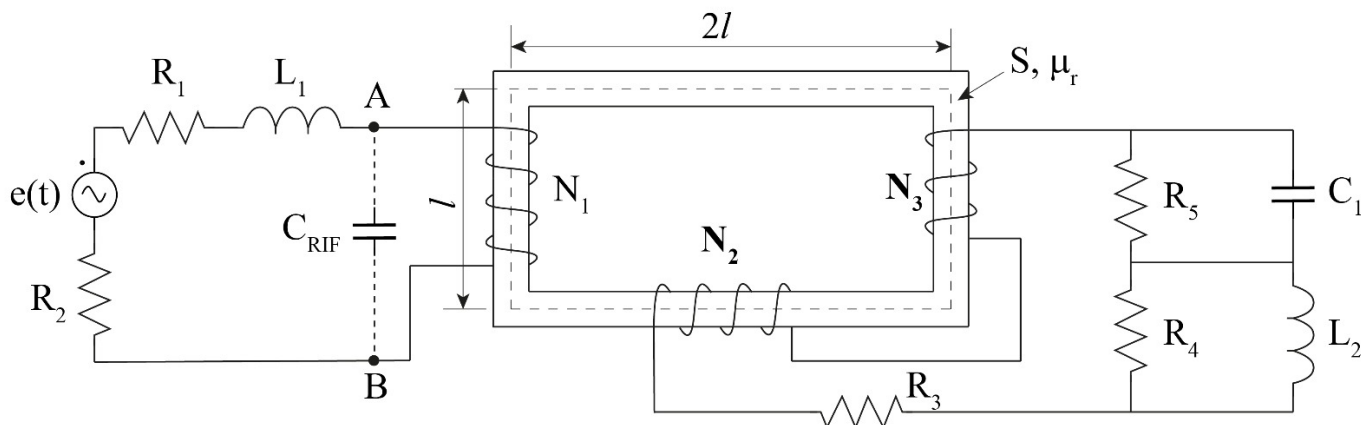
**ES.1** – Il sistema in figura si trova in regime continuo. Calcolare la potenza generata dal generatore  $J$  e l'energia immagazzinata nell'induttore  $L$ .

$$E_1 = 5 \text{ V}; E_2 = 2 \text{ V}; E_3 = 7 \text{ V}; J = 3 \text{ A}; R_1 = 10 \Omega; R_2 = R_6 = 5 \Omega; R_3 = R_7 = 3 \Omega; R_4 = 20 \Omega; R_5 = 2 \Omega; L = 5 \text{ mH}.$$

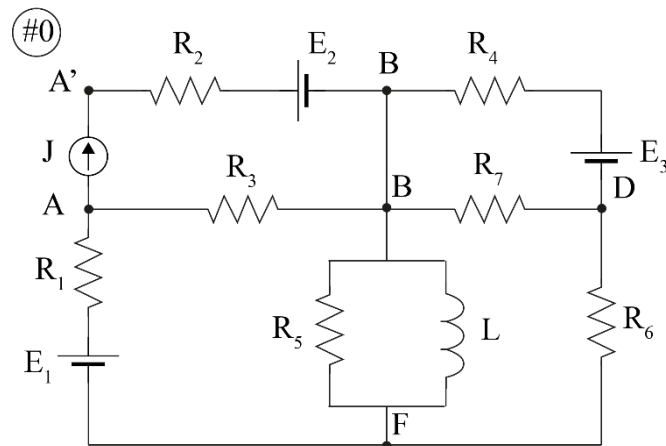


**ES.2** – Il sistema in figura si trova in condizioni di regime alternato. Determinare la capacità  $C_{rif}$  da inserire tra i morsetti A-B per rifasare **parzialmente** il carico ( $\cos \vartheta = 0.95$ ).

$$e(t) = 2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ V}; R_1 = 1 \Omega; R_2 = 5 \Omega; R_3 = 10 \Omega; R_4 = 5 \Omega; R_5 = 8 \Omega; C_1 = 10 \text{ mF}; L_1 = 5 \text{ mH}; L_2 = 25 \text{ mH}; \omega = 314 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}; N_1 = 200; N_2 = 100; N_3 = 150; l = 5 \text{ cm}; S = 10 \text{ cm}^2; \mu_r = 1000$$

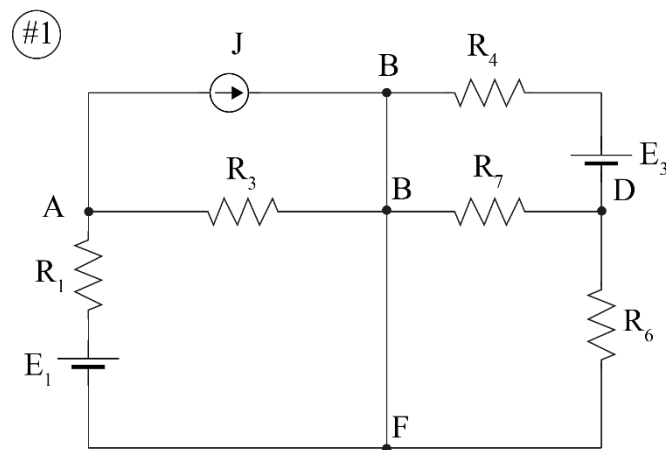


## Esercizio 1



Generatore di corrente  $J$ , prevalente su generatore reale di tensione  $E_2 - R_2$

Il sistema è a regime quindi l'induttore  $L$  si comporta da cortocircuito. Segue che  $R_5$  è in parallelo ad un cortocircuito, quindi è trascurabile.

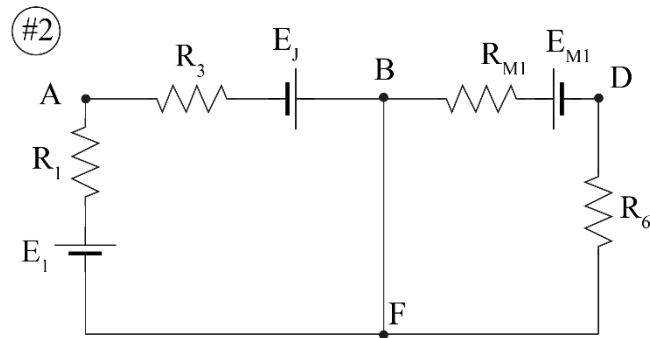


Trasformo il generatore reale di corrente in un generatore reale di tensione:  $E_J = R_e J = 9 \text{ V}$  e resistenza serie  $R_3$ .

Applico il teorema di Millman tra i nodi B e D (#1):

$$E_{M1} = \frac{\frac{E_3}{R_4}}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}} = 0.91 \text{ V}$$

$$R_{M1} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_7}} = 2.61 \Omega$$

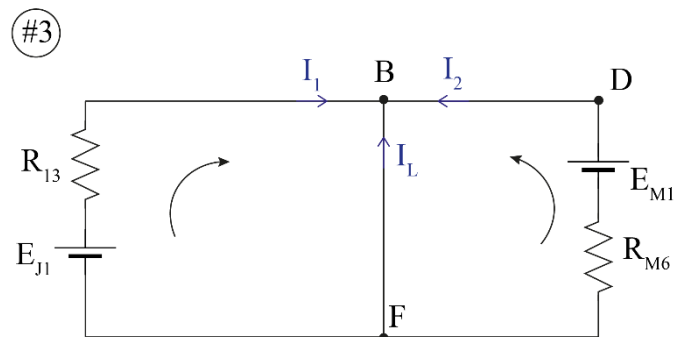


Faccio la serie tra i generatori reali di tensione  $E_1 - R_1$  e  $E_J - R_3$ :

$$E_{J1} = E_1 + E_J = 14 \text{ V}$$

$$R_{13} = R_1 + R_3 = 13 \Omega$$

Inoltre  $R_{M1}$  e in serie con  $R_6$ :  $R_{M6} = R_{M1} + R_6 = 7.61 \Omega$



Impongo un verso di percorrenza delle correnti nei rami e applico la legge ai nodi sul nodo B:

$$I_L = -I_1 - I_2$$

Applico la legge alla maglia per trova le correnti  $I_1$  e  $I_2$ :

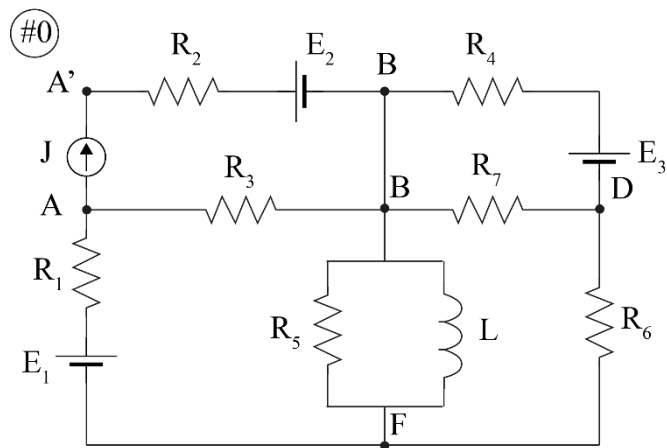
$$I_1 = \frac{E_{J1}}{R_{13}} = 1.077 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{E_{M1}}{R_{M6}} = 0.12 \text{ A}$$

Dunque  $I_L = -1.2 \text{ A}$ .

L'energia immagazzinata nell'induttore L è:

$$\varepsilon_L = \frac{1}{2} L I_L^2 = 0.0036 \text{ J}$$



La potenza generata dal generatore J è  $P_{gJ} = V_{AA'}J$ .

Calcolo  $V_{AA'} = V_{AB} - V_{A'B}$ .

Applico la legge di Ohm:

Dal circuito #2:

$$V_{AB} = -E_J + R_3 I_1$$

Dal circuito #0:

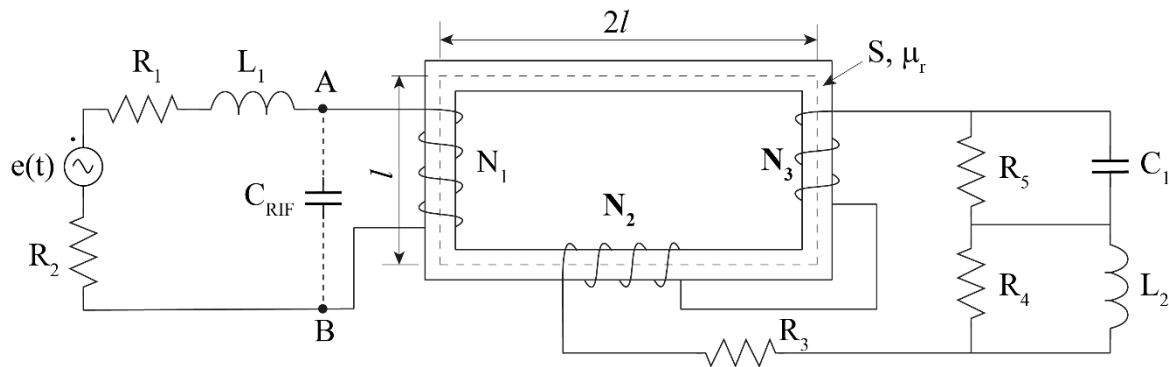
$$V_{A'B} = E_2 + R_2 I_1$$

Da cui

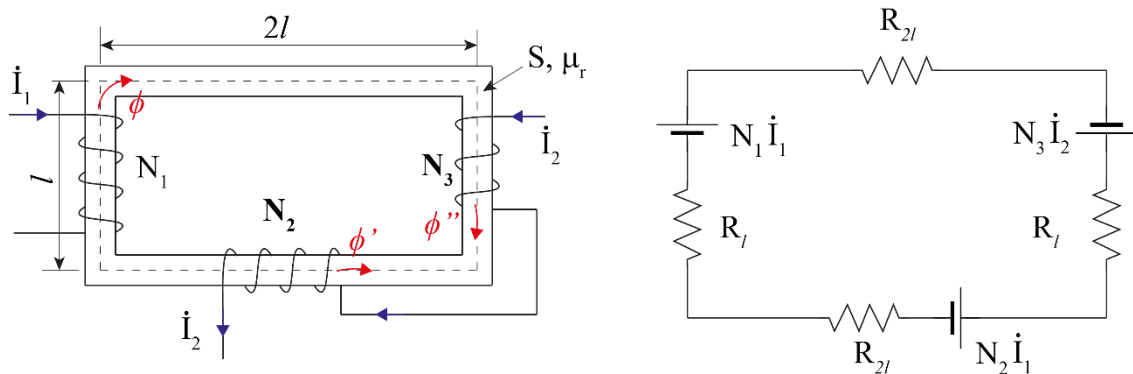
$$V_{AA'} = -E_J + R_3 I_1 - E_2 - R_2 J = -22.77 \text{ V}.$$

Dunque  $P_{gJ} = -68.3 \text{ W}$ .

## Esercizio 2



Trasformiamo il circuito magnetico nell'equivalente elettrico:



Calcoliamo le riluttanze equivalenti:

$$R_{2l} = \frac{2l}{\mu_0 \mu_r S} = 7.96 \times 10^4 \text{ H}^{-1}$$

$$R_l = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = 3.98 \times 10^4 \text{ H}^{-1}$$

$$\mathcal{R}_{eq} = 2R_{2l} + 2R_l = 2.39 \times 10^5 \text{ H}^{-1}$$

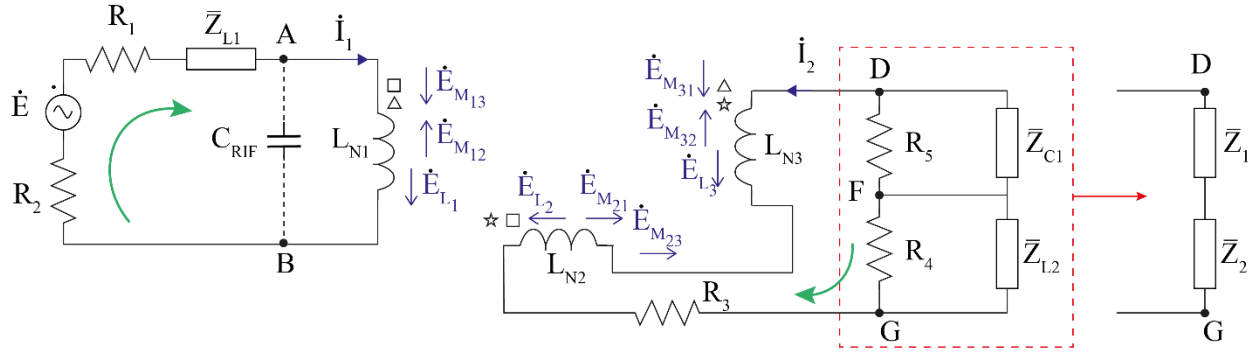
Calcoliamo i coefficienti di auto induzione:

$$L_{N1} = \frac{N_1^2}{\mathcal{R}_{eq}} = 0.1676 \text{ H} \quad L_{N2} = \frac{N_2^2}{\mathcal{R}_{eq}} = 0.0419 \text{ H} \quad L_{N3} = \frac{N_3^2}{\mathcal{R}_{eq}} = 0.0942 \text{ H}$$

Calcoliamo i coefficienti di mutua induzione (accoppiamenti perfetti):

$$\begin{aligned} M_{12} &= M_{21} = \sqrt{L_{N1} L_{N2}} = 0.0838 \text{ H} \\ M_{13} &= M_{31} = \sqrt{L_{N1} L_{N3}} = 0.126 \text{ H} \\ M_{23} &= M_{32} = \sqrt{L_{N2} L_{N3}} = 0.0628 \text{ H} \end{aligned}$$

Il circuito passando al dominio dei fasori diventa:



Dove:

$$\dot{E} = 0.707 + j1.225 \text{ V}$$

$$\bar{Z}_{L1} = j\omega L_1 = j1.57 \Omega$$

$$\bar{Z}_{L2} = j\omega L_2 = j7.85 \Omega$$

$$\bar{Z}_{C1} = -\frac{j}{\omega C_1} = -j 0.318 \Omega$$

L'impedenza tra i nodi D ed F è data dal parallelo tra  $\bar{Z}_{C1}$  e  $R_5$ :

$$\bar{Z}_1 = \frac{R_5 \bar{Z}_{C1}}{\bar{Z}_{C1} + R_5} = 0.0127 - j0.3180 \Omega$$

L'impedenza tra i nodi F ed G è data dal parallelo tra  $\bar{Z}_{L2}$  e  $R_4$ :

$$\bar{Z}_2 = \frac{R_4 \bar{Z}_{L2}}{\bar{Z}_{L2} + R_4} = 3.5570 + j2.2656 \Omega$$

Calcoliamo le correnti  $\dot{I}_1$  e  $\dot{I}_2$  risolvendo il sistema costituito dalle equazioni alle due maglie (entrambe percorse in senso orario):

$$\begin{cases} \dot{E} + \dot{E}_{L1} - \dot{E}_{M12} + \dot{E}_{M13} = (R_1 + R_2 + \bar{Z}_{L1}) \dot{I}_1 \\ -\dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M21} + \dot{E}_{M23} - \dot{E}_{L3} + \dot{E}_{M32} - \dot{E}_{M31} = -(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + R_3) \dot{I}_2 \end{cases}$$

Sostituendo le varie f.e.m. abbiamo:

$$\begin{cases} \dot{E} - j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M_{12} \dot{I}_2 - j\omega M_{13} \dot{I}_2 = (R_1 + R_2 + \bar{Z}_{L1}) \dot{I}_1 \\ j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{21} \dot{I}_1 - j\omega M_{23} \dot{I}_2 + j\omega L_3 \dot{I}_2 - j\omega M_{32} \dot{I}_2 + j\omega M_{31} \dot{I}_1 = -(\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + R_3) \dot{I}_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (-R_1 - R_2 - \bar{Z}_{L1} - j\omega L_1) \dot{I}_1 + (j\omega M_{12} - j\omega M_{13}) \dot{I}_2 = \dot{E} \\ (j\omega M_{31} - j\omega M_{21}) \dot{I}_1 + (-j\omega M_{23} + j\omega L_3 - j\omega M_{32} + j\omega L_2 + \bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + R_3) \dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

Da cui ricaviamo:

$$\dot{I}_1 = -0.026 + j0.005 \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 0.013 + j0.02 \text{ A}$$

Per il calcolo della capacità da inserire tra A e B per rifasare parzialmente in carico, calcolo la potenza complessa tra A e B:  $\bar{S}_{AB} = \dot{V}_{AB} \check{I}_1$

Dalla legge di Ohm generalizzata ricavo la  $\dot{V}_{AB}$ :

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E} - (R_1 + R_2 + \bar{Z}_{L1})\dot{I}_1 = 0.87 + j1.23 \text{ V}$$

La potenza complessa è:  $\bar{S}_{AB} = P_{AB} + jQ_{AB} = -0.0166 - j0.037 \text{ VAC}$

La potenza attiva  $P_{AB} = -0.0166 \text{ W}$

La potenza reattiva  $Q_{AB} = -0.037 \text{ VAR}$

$Q_{AB} < 0$  non si deve rifasare.