UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI MESSINA
Dipartimento di Ingegneria
Contrada Di Dio I, 98166 – Villaggio S. Agata Messina

Appunti Corso di Elettrotecnica

Sistemi Trifase

Capitolo 1 - Generalità

Anno Accademico 2022-2023

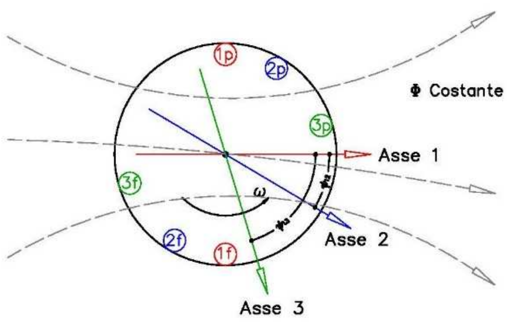
prof. ing. Bruno Azzerboni

Fonti:
Lezioni di Elettrotecnica Generale *- Giulio Battistini*
Colombo Cursi Pisa
M. Fauri *"Electrical Systems Engineering" Lezione 9*

Sistemi trifase

1 Generalità

Si consideri un supporto cilindrico (*armatura*) (figura 1) alla cui periferia siano collocate, in corrispondenza dei piani diametrali, tre bobine aventi rispettivamente N_1, N_2, N_3 spire e disposte in maniera che, percorrendole dai terminali iniziali 1_p, 2_p, 3_p ai terminali finali 1_f, 2_f, 3_f risultino avvolte, rispetto all'armatura, tutte nello stesso senso.
Se l'armatura ruota con velocità angolare costante ω in un *campo magnetico costante nel tempo e con distribuzione spaziale qualsiasi*, si generano nelle bobine tre f.e.m., di tipo mozionale, *periodiche che hanno tutte lo stesso periodo, la stessa forma d'onda e risultano sfasate nel tempo, l'una rispetto all'altra, di un angolo pari all'angolo di sfasamento spaziale fra gli assi delle bobine cablate sull'armatura*.



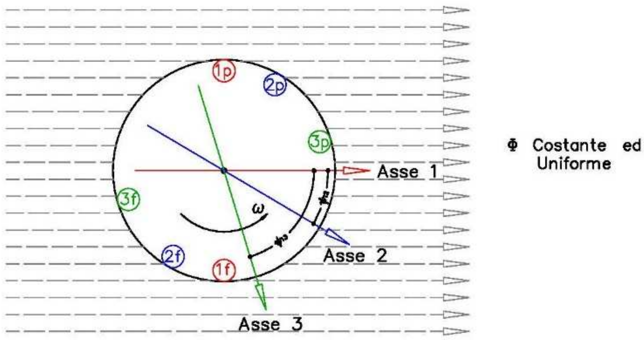


Figura 1

Se invece l'armatura ruota con velocità angolare costante ω in un *campo costante nel tempo ed avente distribuzione spaziale uniforme*, le f.e.m. indotte sono *sinusoidali isofrequenziali e risultano sfasate nel tempo, l'una rispetto all'altra, di un angolo pari all'angolo di sfasamento spaziale fra gli assi delle bobine cablate sull'armatura*

Se poi le bobine disposte alla periferia del cilindro rotante con velocità angolare costante ω in *un campo magnetico costante nel tempo e con distribuzione spaziale uniforme*, hanno tutte lo stesso numero di spire e sono collocate in corrispondenza dei piani diametrali e formano tra loro angoli uguali, quindi con gli assi sfasati nello spazio a 120° l'uno dall'altro (figura 2), allora le *f.e.m. generate sono sinusoidali isofrequenziali, di uguale ampiezza e si susseguono nel senso ciclico prestabilito con uguale differenza di fase reciproca*.

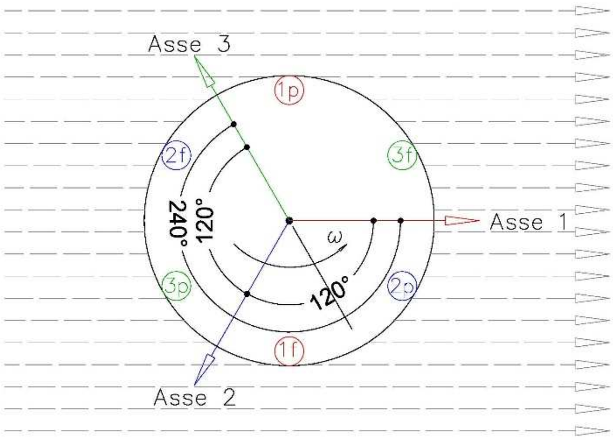


Figura 2

Ciascuna tensione prende il nome di *fase*. E' chiaro che le fasi si succedono, nel tempo, come indicato in figura 2, finché il senso di rotazione del cilindro continua ad essere quello indicato. Se invece il senso di rotazione venisse invertito, mantenendo costante il valore della velocità, anche i rapporti di fase delle singole f.e.m. indotte risulterebbero invertiti. Quindi, una volta fissato l'ordine di successione delle fasi e quindi delle rispettive f.e.m., chiameremo *senso ciclico diretto* quello per il quale le tensioni si susseguono nell'ordine prestabilito; chiameremo *senso ciclico inverso*, quello per il quale l'ordine di successione risulta inverso. *Usualmente si adotta come senso ciclico diretto, quello orario*.

1.1 Sistemi simmetrici di tensioni

Un sistema come quello considerato, le cui *tensioni sono sinusoidali isofrequenziali di uguale ampiezza, sfasate tra loro di 120° in senso ciclico diretto (orario), si dice* ***sistema trifase simmetrico di tensioni***. L'espressione istantanea delle tensioni è quindi:

$$v_1 = V_M \sin \omega t$$
$$v_2 = V_M \sin\left(\omega t - \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$v_3 = V_M \sin\left(\omega t - \frac{4}{3}\pi\right)$$

Nella rappresentazione simbolica, in forma esponenziale e in forma canonica, le tensioni sono espresse da:

$$\dot{V}_1 = V_M \qquad \dot{V}_1 = V_M$$
$$\dot{V}_2 = V_M e^{-j\frac{2}{3}\pi} \qquad \dot{V}_2 = V_M\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$
$$\dot{V}_3 = V_M e^{-j\frac{4}{3}\pi} \qquad \dot{V}_3 = V_M\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

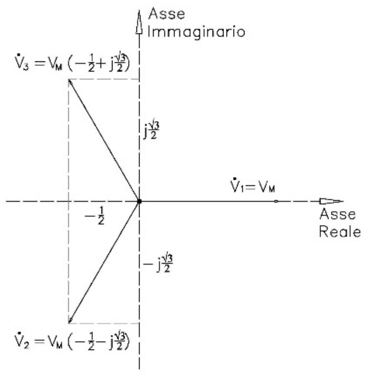


Figura 3

Le terne simmetriche di tensioni sono, ovviamente pure, cioè godono della proprietà che la *somma dei valori istantanei delle tensioni è nulla ad ogni istante ed è quindi nulla anche la somma geometrica dei vettori rappresentativi di esse.*

I tipi fondamentali di collegamento interfasico fra le tensioni, usati nella tecnica, sono due: il collegamento a stella ed il collegamento a triangolo (figura 4).

Esaminando i collegamenti interfasici, si rileva che le tensioni fra i morsetti di un sistema trifase possono coincidere, o no, con le tensioni ai terminali delle fasi, a seconda del tipo di collegamento.

Chiameremo pertanto ***tensioni di fase*** $\boldsymbol{V_f}$ *le tensioni esistenti fra i terminali di ciascuna fase* e ***tensioni di linea*** $\boldsymbol{V_l}$ ***o tensioni concatenate*** *le tensioni fra due morsetti consecutivi del sistema trifase*.

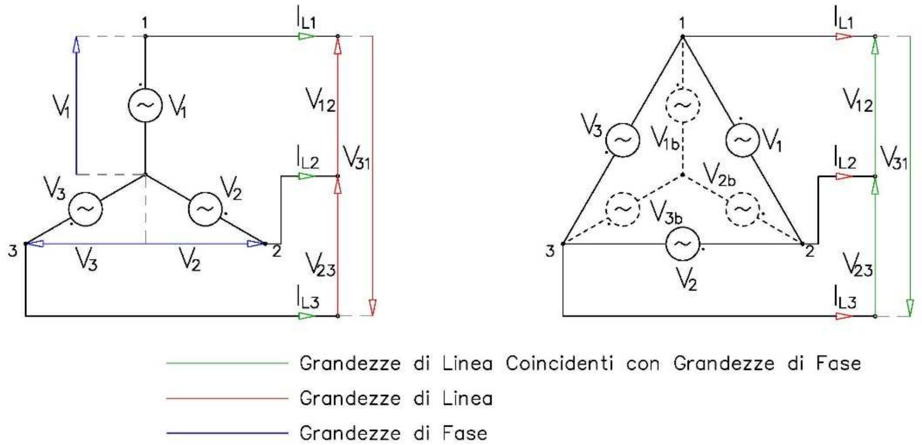
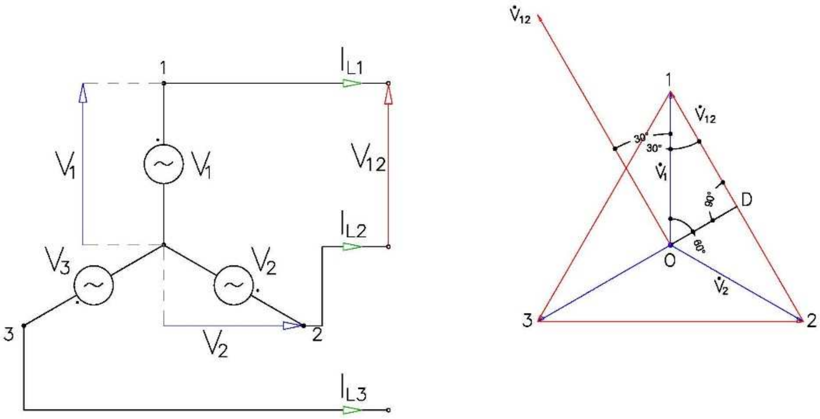


Figura 4

La figura 4 mostra che nel *collegamento a triangolo* le tensioni di linea si identificano con le tensioni di fase; nel *collegamento a stella*, invece, le tensioni di linea sono uguali alla differenza fra due consecutive tensioni di fase le quali, in questo tipo di collegamento, coincidono ovviamente con le tensioni esistenti fra ciascuno dei morsetti delle fasi ed il centro stella o morsetto del neutro.

Se il sistema delle tensioni è simmetrico, dalla figura 5 si deduce, con banali considerazioni geometriche, che nel collegamento a stella le tensioni di linea hanno intensità uguale a quella delle tensioni di fase moltiplicata per $\sqrt{3}$ e sono in anticipo di $\frac{\pi}{6}$ rispetto ad esse.



$$\dot{V}_{12} = \dot{V}_1 - \dot{V}_2$$

$$\overline{1D} = \overline{D2} = \frac{|\dot{V}_{12}|}{2}$$

$$\overline{1D} = V_1 \cos\frac{\pi}{6} = V_1 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|\dot{V}_{12}| = 2x\overline{1D} = 2V_1 \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}V_1$$

$$\dot{V}_{12} = \sqrt{3}V_1 e^{j\frac{\pi}{6}}$$

Figura 5

Può concludersi pertanto che *nei sistemi simmetrici collegati a triangolo, le tensioni di linea si identificano con le tensioni di fase; in quelli collegati a stella, la terna delle tensioni di linea si deduce dalla terna delle tensioni di fase ruotando solidalmente la stella dei vettori in anticipo di* $\frac{\pi}{6}$ *e moltiplicandone la lunghezza per* $\sqrt{3}$.

È quasi superfluo rilevare che la terna delle tensioni di linea è sempre una terna pura (poligonale chiusa).

1.2 Sistemi equilibrati di correnti

Applichiamo le tensioni di un sistema trifase $\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dot{V}_3$ a tre circuiti distinti (figura 6),

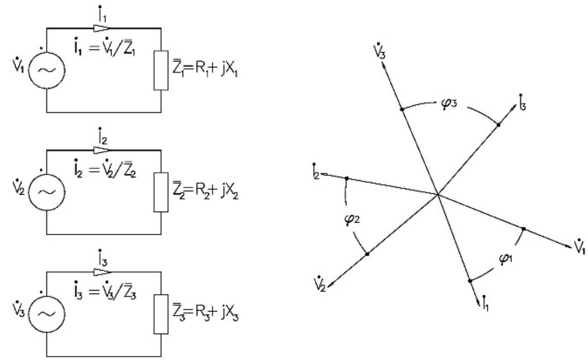


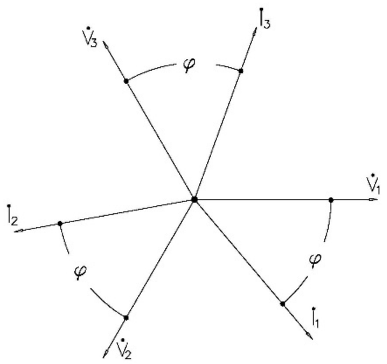
Figura 6

questi vengono percorsi dalle correnti:

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_1}{\bar{Z}_1} \quad \dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_2}{\bar{Z}_2} \quad \dot{I}_3 = \frac{\dot{V}_3}{\bar{Z}_3}$$

che risultano legate fra loro dalle relazioni costanti che dipendono, ovviamente, dalle relazioni esistenti fra le tensioni e dai parametri degli stessi circuiti. Un sistema di correnti, come quelle che percorrono i circuiti considerati, legate tra loro da relazioni costanti di ampiezza e di fase, si dice ***sistema trifase di correnti***. Il complesso delle impedenze che, alimentato da un sistema trifase di tensioni, è percorso da un sistema trifase di correnti, si dice ***carico trifase***. I singoli rami contenenti le impedenze si dicono *fasi del carico*.

Quando il sistema delle tensioni è simmetrico e le impedenze delle fasi sono uguali tra di loro (***carico equilibrato***), le correnti generate hanno uguale ampiezza, uguale differenza di fase rispetto alla tensione che le genera e, di conseguenza, uguale differenza di fase tra loro (figura 7).



$$\bar{Z} = R + jX \qquad I_M = \frac{V_M}{Z}$$

$$i_1 = I_M \sin(\omega t - \varphi)$$
$$i_2 = I_M \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi\right)$$
$$i_3 = I_M \sin\left(\omega t - \varphi - \frac{4}{3}\pi\right)$$

$$\dot{I}_1 = I e^{j(\omega t - \varphi)}$$
$$\dot{I}_2 = I e^{j\left(\omega t - \varphi - \frac{2}{3}\pi\right)}$$
$$\dot{I}_3 = I e^{j\left(\omega t - \varphi - \frac{4}{3}\pi\right)}$$

Figura 7

Un sistema di correnti come questo, le cui *correnti sono sinusoidali isofrequenziali di uguale ampiezza, sfasate tra loro di 120° in senso ciclico diretto (orario), si dice* ***sistema trifase equilibrato di correnti***.

È immediato rilevare che anche per i sistemi equilibrati di correnti vale la proprietà fondamentale, già vista per i sistemi simmetrici di tensione, in virtù della quale la *somma dei valori istantanei delle correnti è nulla ad ogni istante ed è quindi nulla anche la somma geometrica dei vettori rappresentativi di esse*.

I due tipi fondamentali di interconnessione che usualmente si adottano nella pratica, per i carichi trifase sono, analogamente a quanto visto per le tensioni, l'interconnessione a stella e quella a triangolo (figura 8).
Esaminando i collegamenti interfasici, si rileva che le correnti che percorrono i conduttori che collegano i morsetti del sistema generatore ai morsetti del carico trifase possono coincidere, o no, con le correnti che percorrono le singole fasi del carico (o del sistema generatore) a seconda del tipo di interconnessione adottato.

Chiameremo pertanto ***correnti di fase*** $\boldsymbol{I_f}$ *le correnti che percorrono le singole fasi* e ***correnti di linea*** $\boldsymbol{I_l}$ *quelle che percorrono i conduttori della linea di collegamento fra il sistema generatore ed il carico (non considerando l'eventuale conduttore di collegamento fra i neutri).*

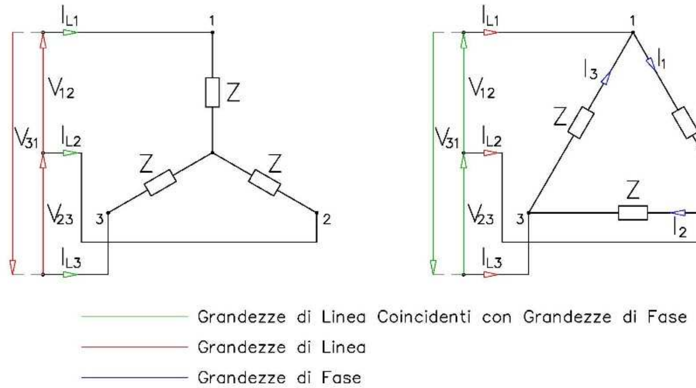
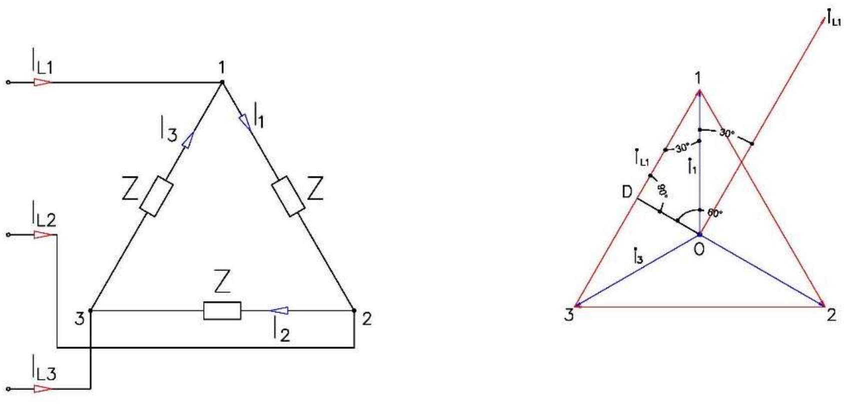


Figura 8

La figura 8 mostra che nel *collegamento a stella* le correnti di linea si identificano con le correnti di fase; nel *collegamento a triangolo*, invece, le correnti di linea sono uguali alla differenza fra due consecutive correnti di fase.
Se il sistema delle correnti è equilibrato, dalla figura 9 si deduce, con banali considerazioni geometriche, che nel collegamento a triangolo le correnti di linea hanno intensità uguale a quella delle correnti di fase moltiplicata per $\sqrt{3}$ e sono in ritardo di $\frac{\pi}{6}$ rispetto ad esse.



$$\dot{I}_{L1} = \dot{I}_1 - \dot{I}_3$$

$$\overline{1D} = \overline{D3} = \frac{|\dot{I}_{L1}|}{2}$$

$$\overline{1D} = I_1 \cos\frac{\pi}{6} = I_1 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$|\dot{I}_{L1}| = 2x\overline{1D} = 2I_1\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}I_1$$

$$\dot{I}_{L1} = \sqrt{3}I_1 e^{-j\frac{\pi}{6}}$$

Figura 9

Può concludersi pertanto che *nei sistemi equilibrati, con collegamento a stella (delle fasi del carico, rispettivamente delle fasi del generatore), le correnti di linea coincidono con le correnti di fase; con il collegamento a triangolo, il sistema delle correnti di linea si deduce dal sistema delle correnti di fase ruotando solidalmente la stella dei vettori in ritardo di* $\frac{\pi}{6}$ *e moltiplicandone la lunghezza per* $\sqrt{3}$.

Anche per i sistemi equilibrati di correnti, le correnti di linea costituiscono un sistema puro ed i vettori rappresentativi di tali correnti formano una stella regolare.