COMPITO ELETTROTECNICA 03-10-2017

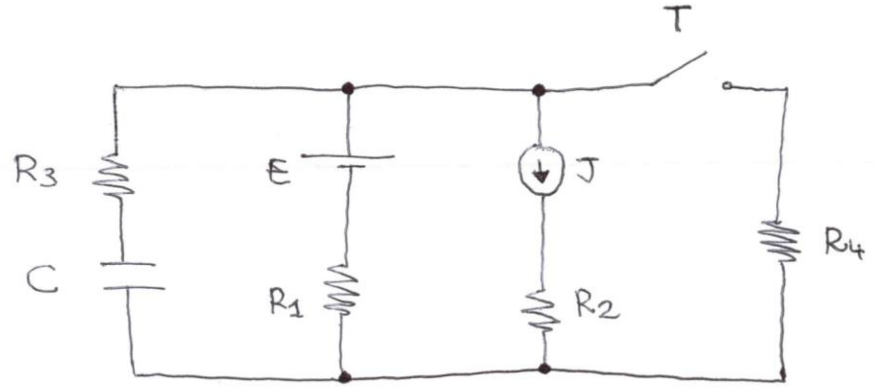
Allievo____ Matricola:________________

Corso di Laurea: ____

Esercizio 1:

Il circuito rappresentato è a regime. Determinare l'andamento temporale della tensione ai capi del condensatore **C** dopo la chiusura del tasto **T**. Concluso il transitorio, determinare la potenza erogata dal generatore reale **E-R$_1$** e la tensione ai capi del generatore ideale di corrente **J**.

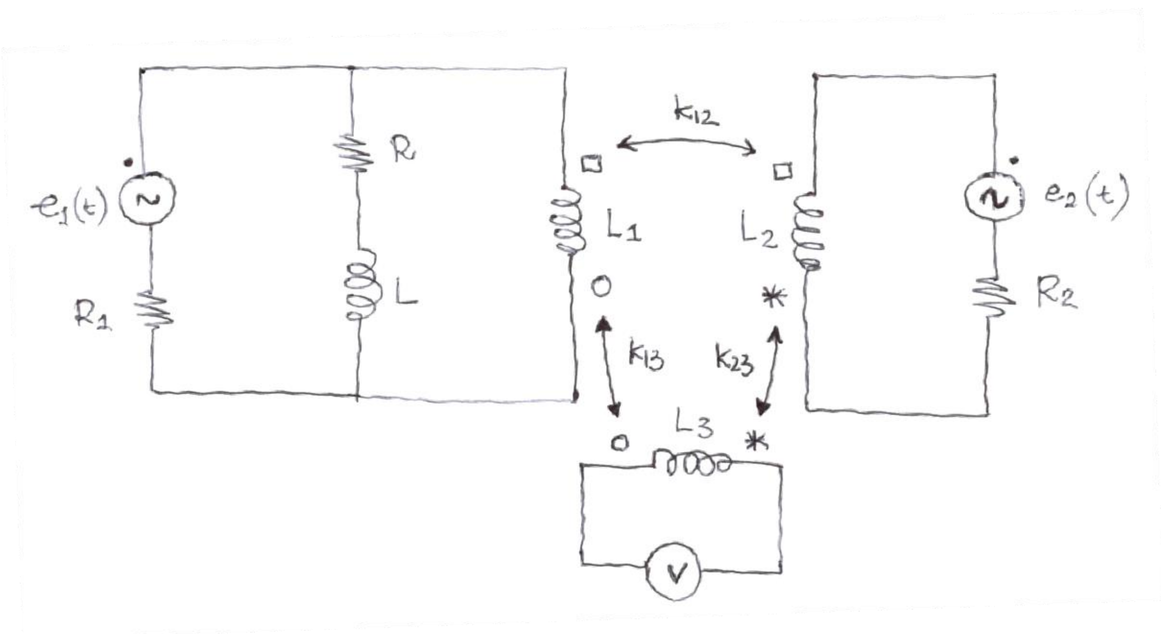
$\boldsymbol{E = 5\ \mathrm{V},\ J = 0.5\ \mathrm{A},\ R_1 = 1\ \Omega,\ R_2 = 2\ \Omega,\ R_3 = 3\ \Omega,\ R_4 = 10\ \Omega,\ C = 10\ \mu F.}$



Esercizio 2:

Dato il circuito in figura, determinare la tensione letta dal voltmetro ideale **V**.

$\boldsymbol{e_1(t) = 10\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)\ \mathrm{V},\ e_2(t) = 4\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)\ \mathrm{V},\ \omega = 100\ \mathrm{rad/sec},\ R = 2\ \Omega,}$
$\boldsymbol{R_1 = R_2 = 1\ \Omega,\ L = L_1 = 10\ \mathrm{mH},\ L_2 = 20\ \mathrm{mH},\ L_3 = 40\ \mathrm{mH},\ k_{12} = 0.4,\ k_{13} = k_{23} = 0.5.}$



03/10/2017

ELETTROTECNICA

Es. 1

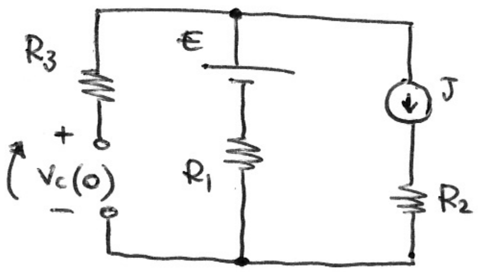
L'andamento temporale della tensione ai capi del condensatore è

$$V_C(t) = V_C(0)\, e^{-t/\tau} + V_C(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

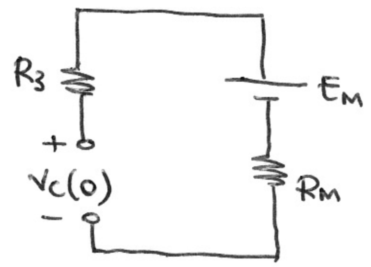
in cui $V_C(0)$ è la tensione ai capi di C prima della chiusura del tasto, $V_C(\infty)$ è la tensione alla fine del transitorio, $\tau = R_{eq}C$ è la costante di tempo del transitorio, che dipende dalla resistenza vista da C dopo la chiusura del tasto.

→ $V_C(0)$ ←

Prima che T si chiuda, il circuito è a regime, come indicato dal testo, per cui C si comporta da circuito aperto:



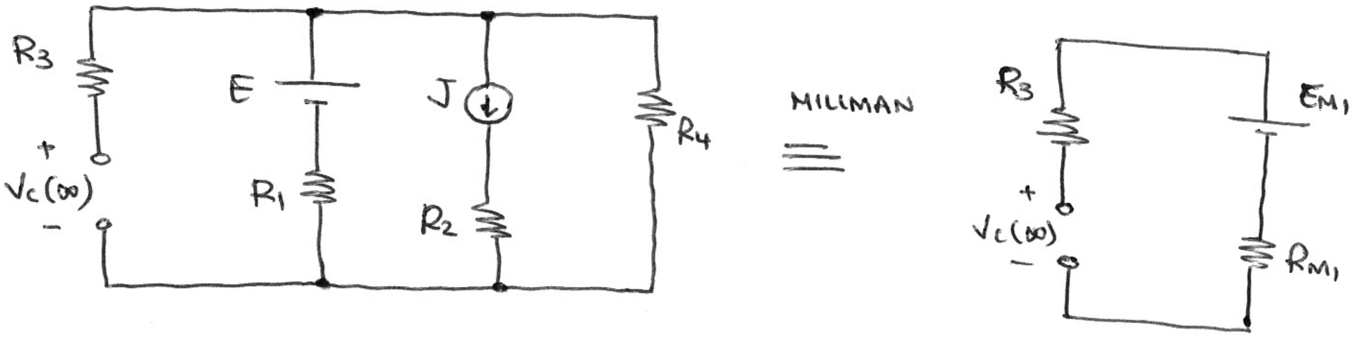
MILLMAN ≡



$$V_C(0) = E_M = \frac{\frac{E}{R_1} - J}{\frac{1}{R_1}}$$

→ $V_C(\infty)$ ←

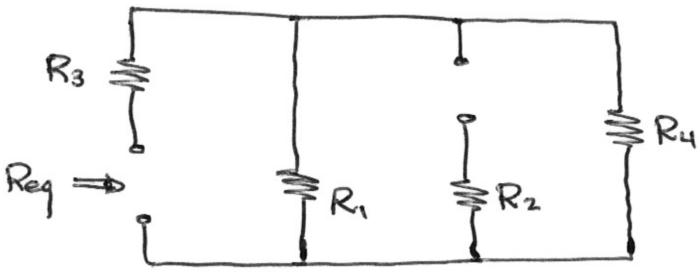
Dopo la chiusura del tasto T, concluso il transitorio, C si comporta nuovamente da c.a.:



$$V_C(\infty) = E_{M1} = \frac{\frac{E}{R_1} - J}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4}}$$

→ $\tau = C \cdot R_{eq}$ ←

Chiuso il tasto T, il condensatore vede una resistenza secondo la rete:

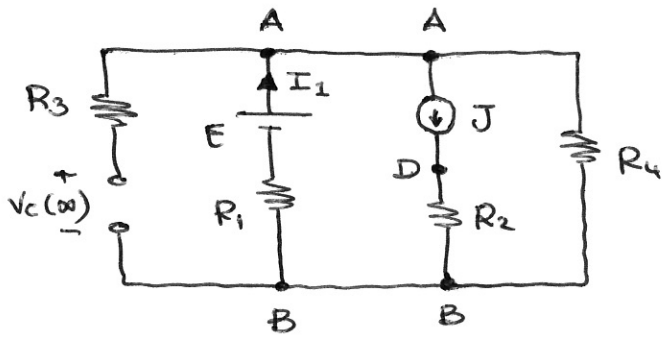


$$R_{eq} = [R_1 // R_4] + R_3$$

da cui $\tau = R_{eq} \cdot C$

→ Quindi abbiamo tutti i valori per esprimere $v_c(t)$.

→ Per determinare la potenza erogata da $E-R_1$ e la tensione ai capi di J, concluso il transitorio, possiamo fare riferimento al circuito rappresentato per determinare $V_C(\infty)$:



$$P_{er,ER_1} = V_{AB} \cdot I_1 = ?$$

$$V_{AD} = ?$$

- Risulta $V_{AB} = V_C(\infty)$ (su R_3 non scorre corrente)

- Dalla l. di Ohm generalizzata $V_{AB} = E - R_1 I_1$ abbiamo:

$$I_1 = \frac{E - V_{AB}}{R_1}$$ e quindi possiamo determinare

$$P_{ER,ER_1} = V_{AB} \cdot I_1$$

- Inoltre, $V_{AB} = V_{AD} + V_{DB}$ e $V_{DB} = R_2 \cdot J$, da cui calcoliamo

$V_{AD} = V_{AB} - R_2 J$.

03/10/2017

ELETTROTECNICA

Es. 2

Per la risoluzione dell'esercizio è opportuno passare al dominio dei fasori

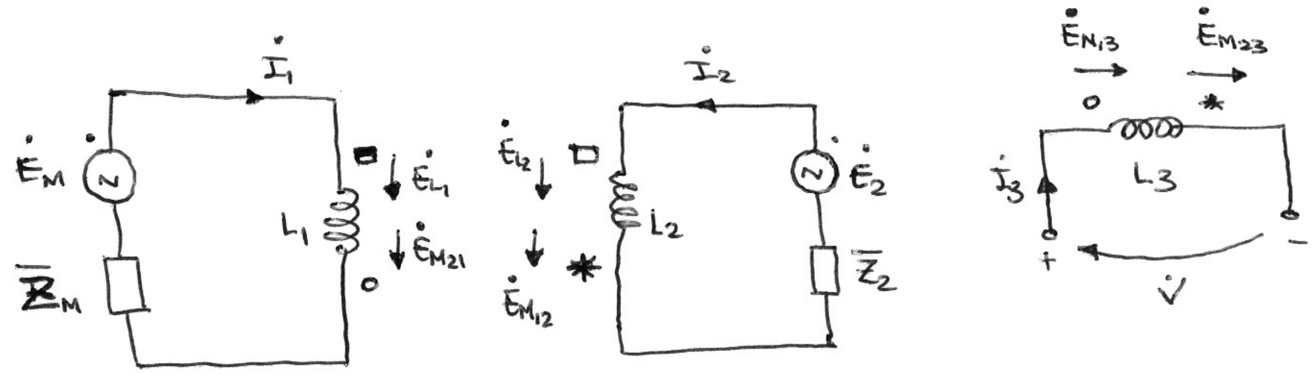
$e_1(t) = 10\sqrt{2}\,\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \dot{E}_1 = 10\cos\frac{\pi}{3} + j\,10\sin\frac{\pi}{3}$

$e_2(t) = 4\sqrt{2}\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) = 4\sqrt{2}\cdot\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \dot{E}_2 = 4\cdot\cos\frac{5}{6}\pi + j\,4\sin\frac{5}{6}\pi$

I coefficienti di mutua ~~[illegible]~~ degli accoppiamenti sono:

$M_{12} = k_{12}\sqrt{L_1 L_2}$ $\quad M_{13} = k_{13}\sqrt{L_1 L_3}$ $\quad M_{23} = k_{23}\sqrt{L_2 L_3}$

Applicando inoltre Millman tra i due rami in parallelo a sinistra, il circuito diventa:



$$\dot{E}_M = \frac{\dot{E}_1 / R_1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R + j\omega L}} \qquad \bar{Z}_M = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R + j\omega L}} \qquad \bar{Z}_2 = R_2$$

il voltmetro è ideale quindi si comporta da circuito aperto.

Esso misura il valore efficace di $\dot{V}$.

Su L_3 c'è la mutua di L_1 e L_2 ma non autoinduzione.

Su L_1 e L_2 non c'è la mutua dovuta a L_3 perché $\dot{I}_3 = 0$.

$\dot{E}_{L1} = -j\omega L_1 \dot{I}_1$; $\dot{E}_{L2} = -j\omega L_2 \dot{I}_2$; $\dot{E}_{M12} = -j\omega M_{12} \dot{I}_1$; $\dot{E}_{M21} = -j\omega M_{21} \dot{I}_2$;

$\underline{\dot{E}_{M13} = +j\omega M_{13} \dot{I}_1}$; $\dot{E}_{M23} = -j\omega M_{23} \dot{I}_2$

Risulta: $\dot{V} = -\dot{E}_{M13} - \dot{E}_{M23} = -j\omega M_{13} \dot{I}_1 + j\omega M_{23} \dot{I}_2$

Dobbiamo quindi determinare $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$ dal sistema di equazioni alle maglie:

$$\begin{cases} \dot{E}_M + \dot{E}_{L1} + \dot{E}_{M21} = \dot{Z}_M \dot{I}_1 \\ \dot{E}_2 + \dot{E}_{L2} + \dot{E}_{M12} = \overline{Z}_2 \dot{I}_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \dot{E}_M - j\omega L_1 \dot{I}_1 - j\omega M_{21} \dot{I}_2 = \overline{Z}_M \dot{I}_1 \\ \dot{E}_2 - j\omega L_2 \dot{I}_2 - j\omega M_{12} \dot{I}_1 = \overline{Z}_2 \dot{I}_2 \end{cases}$$

Risolto il sistema e calcolati i fasori di $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$, posso determinare il fasore di $\dot{V}$. Infine il voltmetro indica il valore efficace della tensione, cioè il modulo del fasore $\dot{V}$.