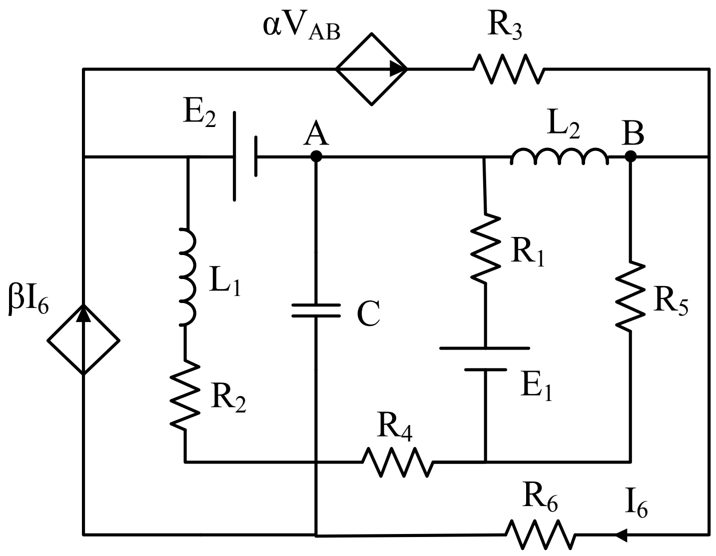
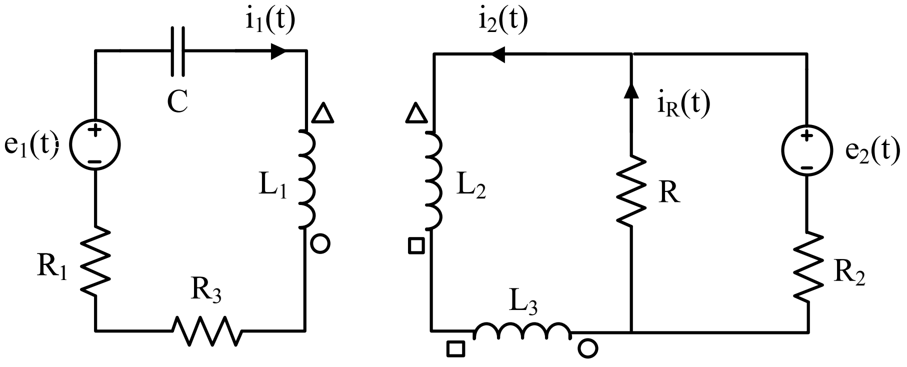
ELETTROTECNICA, COMPITO DEL 30.05.2018

Allievo ________________________________ Matricola ________________

1. Il sistema in figura si trova a regime. Determinare la potenza generata e la potenza erogata dal generatore di tensione reale E_1-R_1 e l'energia immagazzinata nel condensatore C.
E_1=6V, E_2=3V, R_1=5Ω, R_2=1Ω, R_3=3Ω, R_4=3Ω, R_5=8Ω, R_6=2Ω, L_1=10mH, L_2=15mH, C=20mF, α=10Ω^{-1}, β=2.

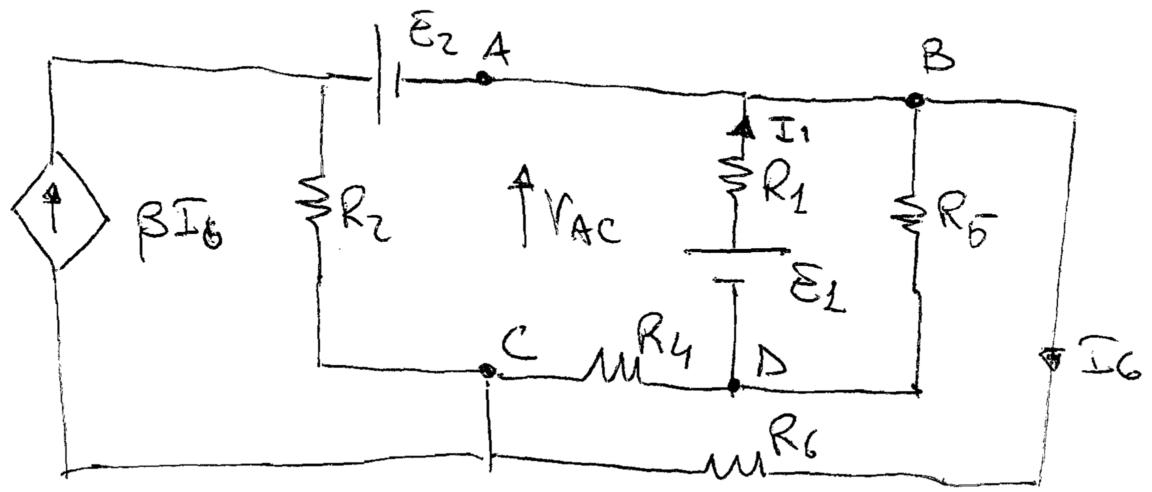


2. Dato il circuito in figura, in regime permanente, determinare l'espressione temporale della corrente che scorre nella resistenza R.
$e_1(t)=\sqrt{2}\cos(\omega t)$ V, $e_2(t)=3\sqrt{2}\cos(\omega t+\pi/2)$ V, R_1=1Ω, R_2=3Ω, R_3=3Ω, R=10Ω, L_1=10mH, L_2=4mH, L_3=1mH, k_{12}=0.8, k_{13}=0.7, k_{23}=0.6, C=100mF, ω=314rad/s.



Es. 1

il bipolo induttivo L_2 si comporta da corto circuito, di conseguenza la $V_{AB}=0$ e quindi il generatore controllato αV_{AB} si comporta da circuito aperto. Allora, in R_3 non scorre corrente, quindi può essere trascurata.
il bipolo induttivo L_1 si comporta da corto circuito, invece il condensatore C da circuito aperto



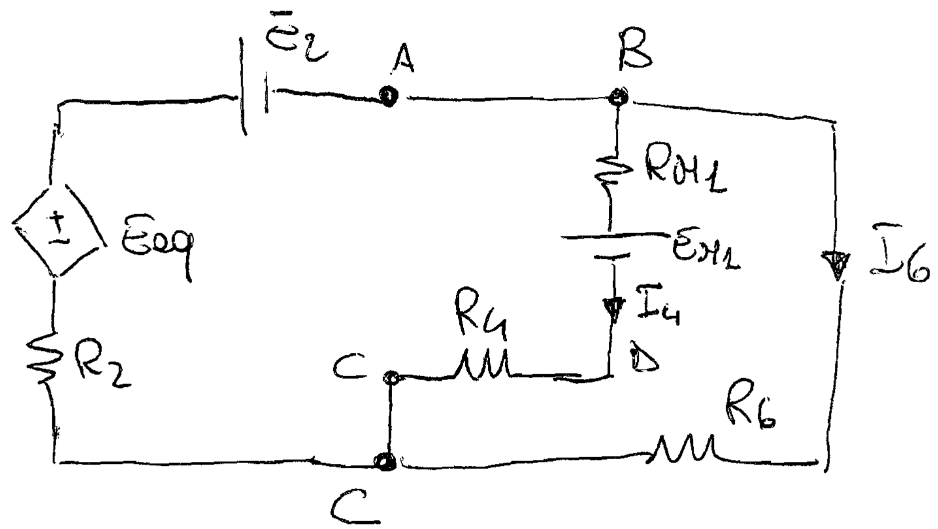
$$V_{BC} = R_6 I_6 \Rightarrow I_6 = \frac{V_{BC}}{R_6}$$

$$E_{eq} = \beta I_6 R_2$$

$$E_{M_1} = \frac{E_1/R_1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5}}$$

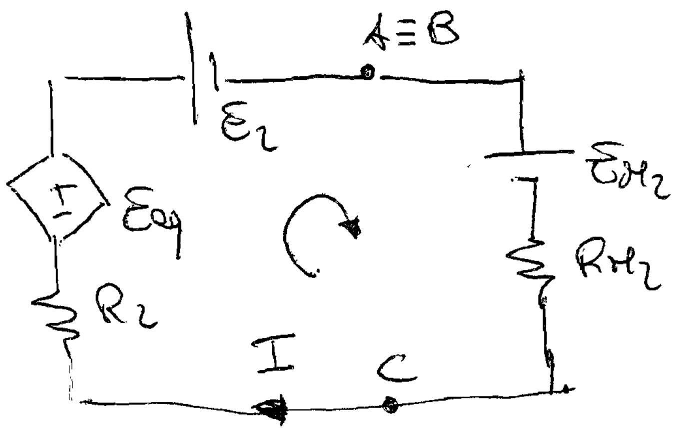
$$R_{M_1} = \frac{1}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_5}}$$

$V_{AC} = V_C$ per calcolare l'energia immagazzinata



$R_{S1} = R_{H1} + R_4$

$$\mathcal{E}_{H_2} = \frac{\mathcal{E}_{H1}/R_{S1}}{\frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{R_6}} \qquad R_{H_2} = \frac{1}{\frac{1}{R_{S1}} + \frac{1}{R_6}}$$



$$\begin{cases} \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_{H_2} - \mathcal{E}_{eq} + (R_2 + R_{H_2}) I = 0 \\ V_{BC} = \mathcal{E}_{H_2} + R_{H_2} I \end{cases}$$

Il sistema ha come incognite V_{BC} e I

Ma $V_{BC} = V_{AC}$, di conseguenza

$$W_C = \frac{1}{2} C V_{BC}^2$$

Dal penultimo circuito, possiamo scrivere

$$V_{BC} = E_{M1} + (R_{M1} + R_4) I_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow I_4 = \frac{V_{BC} - E_{M1}}{R_{M1} + R_4}$$

$$V_{BC} = V_{BD} + V_{DC} = V_{BD} + R_4 I_4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_{BD} = V_{BC} - R_4 I_4$$

V_{BD} è la tensione che insiste ai capi di $E_1 - R_1$

Scegliendo I_1 uscente dal morsetto positivo di E_1:

$$V_{BD} = E_1 - R_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - V_{BD}}{R_1}$$

$$P_{gen.} = E_1 \cdot I_1$$

$$P_{erog} = V_{BD} \cdot I_1$$

Es 2

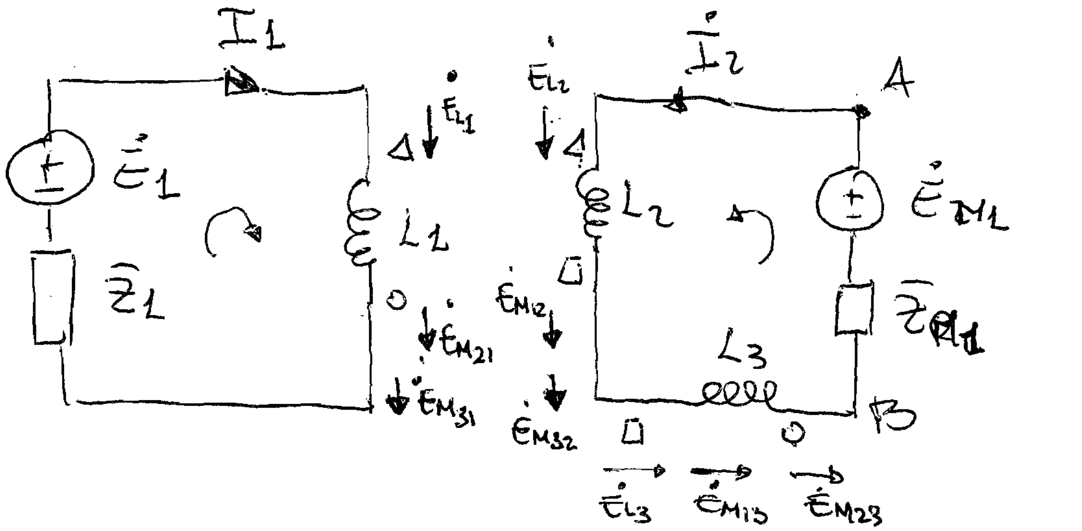
$$\dot{E}_1 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \left[\cos(0) + j\sin(0)\right]$$

$$\dot{E}_2 = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \left[\cos(\pi/2) + j\sin(\pi/2)\right]$$

$$\bar{Z}_1 = R_1 + R_3 + \frac{1}{j\omega C}$$

$$\bar{Z}_R = R \qquad \bar{Z}_{R_2} = R_2$$

$$\dot{E}_{M_1} = \frac{\dot{E}_2 / \bar{Z}_{R_2}}{\frac{1}{\bar{Z}_R} + \frac{1}{\bar{Z}_{R_2}}} \qquad \bar{Z}_{M_1} = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_R} + \frac{1}{\bar{Z}_{R_2}}}$$



$$\dot{E}_{L_1} = -j\omega L_1 \dot{I}_1$$

$$\dot{E}_{L_2} = -j\omega L_2 \dot{I}_2$$

$$\dot{E}_{L_3} = -j\omega L_3 \dot{I}_2$$

$$\dot{E}_{M21} = -j\omega M_{21} \dot{I}_2$$

$$\dot{E}_{M12} = -j\omega M_{12} \dot{I}_1$$

$$\dot{E}_{M31} = -j\omega M_{31} \dot{I}_2$$

$$\dot{E}_{M13} = -j\omega M_{13} \dot{I}_1$$

$$\dot{E}_{M32} = +j\omega M_{32} \dot{I}_2$$

$$\dot{E}_{M23} = +j\omega M_{23} \dot{I}_2$$

$M_{12} = k_{12}\sqrt{L_1 L_2}$ $\qquad$ $M_{13} = k_{13}\sqrt{L_1 L_3}$

$M_{23} = k_{23}\sqrt{L_2 L_3}$ $\qquad$ $M_{12} = M_{21}$ $\qquad$ $M_{31} = M_{13}$ $\qquad$ $M_{32} = M_{23}$

$$\begin{cases} -\dot{E}_1 + j\omega M_{21}\dot{I}_2 + j\omega M_{31}\dot{I}_2 + j\omega L_1\dot{I}_1 + \bar{Z}_1\dot{I}_1 = 0 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad + j\omega M_{13}\dot{I}_1 \\ -\dot{E}_{M1} + j\omega M_{12}\dot{I}_1 - j\omega M_{23}\dot{I}_2 + j\omega L_2\dot{I}_2 + j\omega L_3\dot{I}_2 + j\omega M_{32}\dot{I}_2 \\ \quad + \bar{Z}_{M1}\dot{I}_2 = 0 \end{cases}$$

Dal sistema ricaviamo $\dot{I}_1$ e $\dot{I}_2$

$$\dot{V}_{AB} = \dot{E}_{M1} - \bar{Z}_{M1}\dot{I}_2$$

$$\dot{I}_R = -\frac{\dot{V}_{AB}}{\bar{Z}_R}$$

I_{MAX} è pari al modulo di $\dot{I}_R$ moltiplicato per $\sqrt{2}$

φ_R è pari alla fase di $\dot{I}_R$ considerata rispetto al semiasse positivo reale

$$i_{R}(t) = I_{MAX}\cos(\omega t + \varphi_R)$$