COMPITO ELETTROTECNICA 11-01-2017

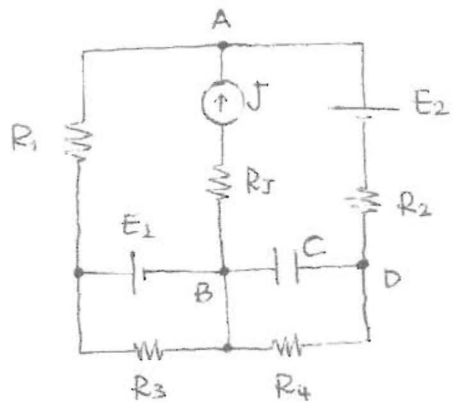
Allievo____ Matricola:___________________

Corso di Laurea: _______________________________________

Esercizio 1:

Il circuito in figura viene alimentato all'istante t=0 con il condensatore carico ($V_{BD}(0)$=2V). Determinare come varia nel tempo la tensione V_{BD}. Calcolare inoltre la tensione V_{AB} quando il circuito è a regime.

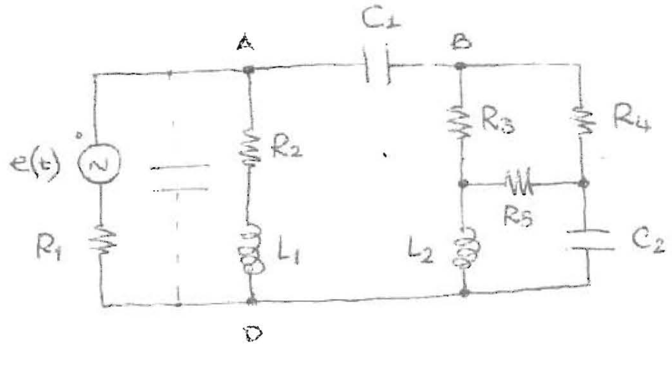
E_1=3 V, E_2=1 V, J=1 A, R_1=1 Ω, R_2=R_3=5 Ω, R_4=R_J=2 Ω, C=10 μF.



Esercizio 2:

Il sistema di figura si trova a regime. Determinare l'espressione temporale di $v_{AB}(t)$. Determinare quindi la capacità da inserire come indicato in figura per rifasare il carico a cosϕ=0.9.

$e(t)$=10sin(ωt+π /3) V, f=50 Hz, R_1=1 Ω, R_2=2 Ω, R_3=3 Ω, R_4=4 Ω, R_5=5 Ω, L_1=100 mH, L_2=200 mH, C_1=1 mF, C_2=2 mF.



Es. 1

L'andamento temporale di v_{BD} ha l'espressione:

$$v_{BD}(t) = V_{BD}(0)\, e^{-t/\tau} + V_{BD}(\infty)\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

in cui:

$V_{BD}(0) = 2V$ è la tensione iniziale ai capi del condensatore

$V_{BD}(\infty)$ è la tensione ai capi del condensatore a regime

τ è la costante di tempo, $\tau = R_V \cdot C$ con R_V resistenza vista da C.

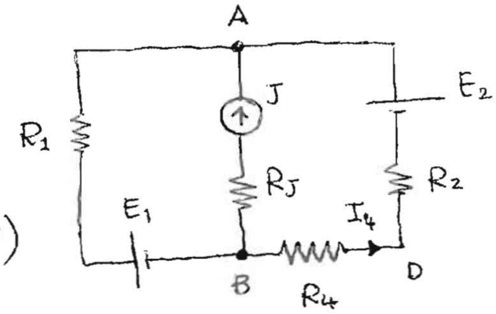
Dobbiamo quindi calcolare $V_{BD}(\infty)$ e τ.

— Per determinare $V_{BD}(\infty)$ ricordiamo che a regime continuo il condensatore si comporta da circuito aperto.

Inoltre, E_1 è un generatore di tensione ideale prevalente su R_3, per cui R_3 può essere trascurata.

La $V_{BD}(\infty)$ sarà quindi la d.d.p. tra B e D nel seguente circuito:

(#1)

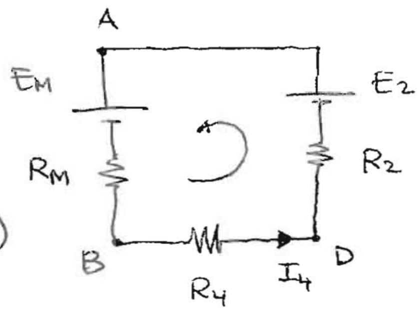


Risulta $V_{BD} = R_4 I_4$

per cui dobbiamo calcolare I_4.

Applico quindi Millman ai due rami E_1-R_1 e J-R_J compresi tra A e B

(#2)



Con: $$E_M = \frac{\frac{E_1}{R_1} + J}{\frac{1}{R_1}} = 4V$$

$$R_M = R_1 = 1\Omega$$

Per determinare I_4 applico la legge alla maglia:

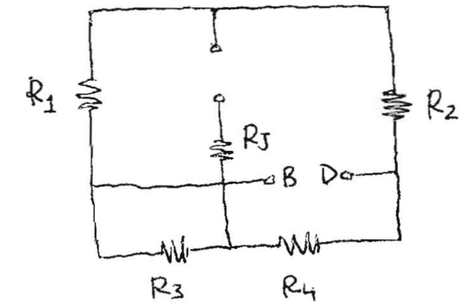
$$E_2 - E_M = (R_4 + R_2 + R_M) I_4 \Rightarrow I_4 = \frac{E_2 - E_M}{R_4 + R_2 + R_M} = -0{,}375\,A$$

per cui $V_{BD}(\infty) = R_4 I_4 = -0{,}75\,V$

L'esercizio chiede anche di determinare la V_{AB} a regime, per cui posso considerare il circuito #2, e applicare la legge di Ohm generalizzata:

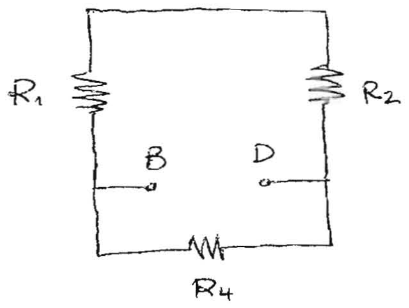
$$\boxed{V_{AB} = E_M + R_M I_4 = 3{,}525\,V}$$

— Per determinare τ devo calcolare la resistenza vista da C con la rete resa passiva:



Per determinare la R_v vista da B e D posso trascurare R_3, che risulta in parallelo ad un corto, e R_J, che è in serie ad un circuito aperto.

Questo è in accordo al fatto che nel circuito assegnato R_3 è in parallelo ad un generatore prevalente di tensione e R_J è in serie ad un generatore prevalente di corrente.



Rispetto ai punti B e D, R_4 risulta in parallelo alla serie tra R_1 e R_2, quindi

$$R_v = (R_1 + R_2) /\!/ R_4 = \frac{(R_1 + R_2) R_4}{R_1 + R_2 + R_4} = 1{,}5\,\Omega$$

$$\tau = R_v \cdot C = 15 \cdot 10^{-6}\,s = 15\,\mu sec.$$

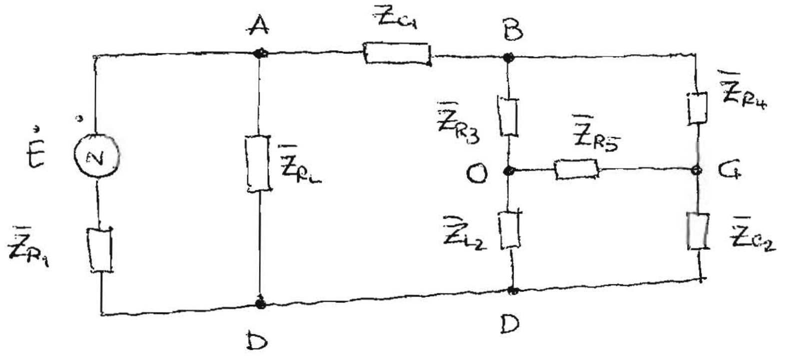
— Infine:

$$\boxed{v_{BD}(t) = 2\,e^{-\frac{t}{15 \cdot 10^{-6}}} - 0{,}75\left(1 - e^{-\frac{t}{15 \cdot 10^{-6}}}\right)\,V}$$

Es. 2

Per risolvere il circuito assegnato, analizziamolo nel dominio dei fasori.

A $e(t) = 10 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$ corrisponde $\dot{E} = \frac{10}{\sqrt{2}} \cos\frac{\pi}{3} + j\,\frac{10}{\sqrt{2}} \operatorname{sen}\frac{\pi}{3} = 3{,}54 + j6{,}12\ V$



$\bar{Z}_{R_1} = R_1 = 1\Omega;$

$\bar{Z}_{R_3} = 3\Omega;\ \bar{Z}_{R_4} = 4\Omega;\ \bar{Z}_{R_5} = 5\Omega;$

$\bar{Z}_{RL} = R_2 + j\omega L_1 = R_2 + j2\pi f L_1 =$

$= 2 + j31{,}42\,\Omega$

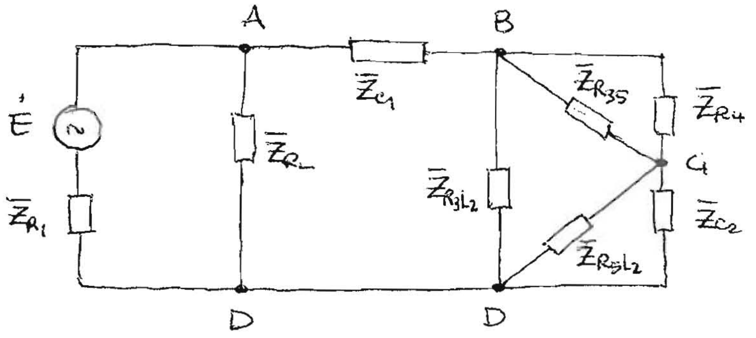
$\bar{Z}_{L_2} = j2\pi f L_2 = j62{,}83\,\Omega$

$\bar{Z}_{C_1} = -j\frac{1}{\omega C_1} = -j\frac{1}{2\pi f C_1} = -j3{,}18\,\Omega$

$\bar{Z}_{C_2} = -j\frac{1}{2\pi f C_2} = -j\,1{,}59\,\Omega$

Le tre impedenze $\bar{Z}_{R_3}$, $\bar{Z}_{R_5}$ e $\bar{Z}_{L_2}$ sono collegate a stella con centro in O.

E possono essere trasformate in triangolo.



indicato con: $\bar{Z}_p = \frac{1}{\frac{1}{\bar{Z}_{R_3}} + \frac{1}{\bar{Z}_{R_5}} + \frac{1}{\bar{Z}_{L_2}}} =$

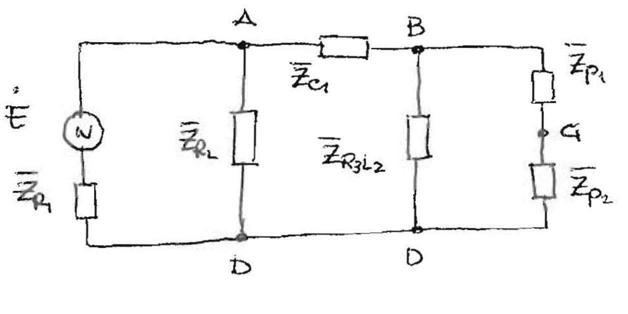
$= 1{,}87 + j0{,}06\,\Omega$

Risulta:

$\bar{Z}_{R_3L_2} = \frac{\bar{Z}_{R_3} \cdot \bar{Z}_{L_2}}{\bar{Z}_p} = 3 + j100{,}5\,\Omega$; $\bar{Z}_{R_5L_2} = \frac{\bar{Z}_{R_5} \cdot \bar{Z}_{L_2}}{\bar{Z}_p} = 5 + j167{,}55\,\Omega$

$\bar{Z}_{R_{35}} = \frac{\bar{Z}_{R_3} \cdot \bar{Z}_{R_5}}{\bar{Z}_p} = 8 - j0{,}24\,\Omega$.

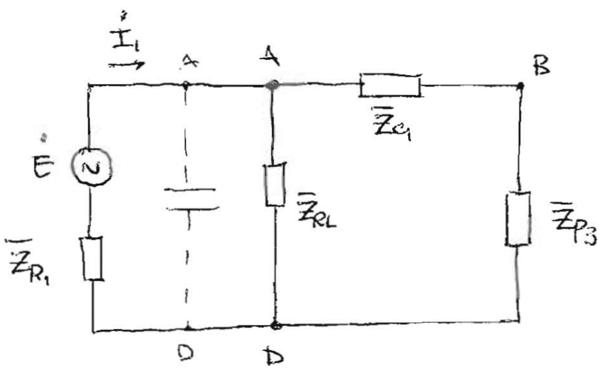
Effettuiamo quindi il parallelo tra $\bar{Z}_{R_4}$ e $\bar{Z}_{R_{35}}$, e tra $\bar{Z}_{R_5L_2}$ e $\bar{Z}_{C_2}$



$\bar{Z}_{P_1} = \frac{\bar{Z}_{R_4} \cdot \bar{Z}_{R_{35}}}{\bar{Z}_{R_4} + \bar{Z}_{R_{35}}} = 2{,}68 - j0{,}03\,\Omega$

$\bar{Z}_{P_2} = \frac{\bar{Z}_{C_2} \cdot \bar{Z}_{R_5L_2}}{\bar{Z}_{C_2} + \bar{Z}_{R_5L_2}} = 0{,}0005 - j1{,}61\,\Omega$

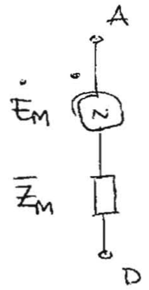
$\bar{Z}_{P1}$ e $\bar{Z}_{P2}$ sono in serie e la loro somma è in parallelo a $\bar{Z}_{R3L2}$:



$$\bar{Z}_{P3} = \frac{(\bar{Z}_{P1}+\bar{Z}_{P2})\cdot\bar{Z}_{R3L2}}{\bar{Z}_{P1}+\bar{Z}_{P2}+\bar{Z}_{R3L2}} = 2{,}77 - j\,1{,}59\ \Omega$$

Gli obiettivi dell'esercizio sono la $v_{AB}(t)$, per cui calcoleremo prima la $\dot{V}_{AB}$, e la capacità da inserire tra A e D per rifasare a $\cos\phi = 0.9$, per cui ci serve la potenza complessa $\bar{S}_{AD} = \dot{V}_{AD}\,\breve{I}_1$.

Applichiamo Millman tra tutti i 3 rami compresi tra A e D



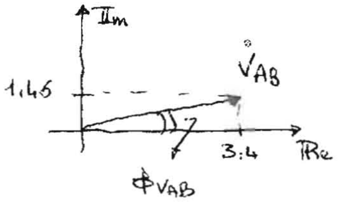
Risulta: $$\dot{V}_{AD} = \dot{E}_M = \frac{\dfrac{\dot{E}}{\bar{Z}_{R1}}}{\dfrac{1}{\bar{Z}_{R1}}+\dfrac{1}{\bar{Z}_{RL}}+\dfrac{1}{\bar{Z}_{e1}+\bar{Z}_{P3}}} = 3{,}83 + j\,5{,}16\ V$$

Nota $\dot{V}_{AD}$ possiamo facilmente calcolare sia $\dot{I}_1$ sia $\dot{V}_{AB}$

Dalla legge di Ohm generalizzata $\dot{V}_{AD} = \dot{E} - \bar{Z}_{R1}\dot{I}_1 \Rightarrow \dot{I}_1 = \dfrac{\dot{E}-\dot{V}_{AD}}{\bar{Z}_{R1}} = -0{,}29 + j\,0{,}96\ A$

Dalla regola del partitore di tensione: $\dot{V}_{AB} = \dot{V}_{AD}\dfrac{\bar{Z}_{e1}}{\bar{Z}_{e1}+\bar{Z}_{P3}} = 3.40 + j\,1{,}46\ V$

Trasformiamo subito il fasore $\dot{V}_{AB}$ nella forma $v_{AB}(t) = V_{ABM}\cdot\sin(\omega t + \phi_{VAB})$



$V_{ABM} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{3{,}40^2 + 1{,}46^2} = 5{,}23$

$\phi_{VAB} = \text{arctg}\,\dfrac{1{,}46}{3{,}40} = 0{,}406\ \text{rad}$

$$\Longrightarrow \boxed{v_{AB}(t) = 5{,}23\cdot \text{sen}(314t + 0{,}406)\ V}$$

essendo $\omega = 2\pi f = 314\ \text{rad/sec}$

Calcoliamo quindi la potenza complessa

$$\bar{S}_{AD} = \dot{V}_{AD} \breve{I}_1 = 3{,}84 - j\,5{,}17 \text{ VAC}$$

per cui la potenza attiva richiesta dal carico a valle della sezione A-D

è $P_{AD} = 3{,}84$ W, mentre la potenza reattiva è $Q_{AD} = -5{,}17$ VAR

Essendo la potenza reattiva negativa, il carico è ohmico-capacitivo

per cui non si può rifasare con un condensatore.

Se calcolassimo la C di rifasamento come $C = \dfrac{Q_{AD} - P_{AD}\,tg\phi}{\omega V_{AD}^2}$

otterremmo infatti un valore negativo che non ha senso.